Recursive Digit-Sum Stable Primes in Base 8 and Base 10

Jean-Louis Lascoux,
initiateur de la profession de médiateur - médiation professionnelle
Centre de recherche en entente interpersonnelle et sociale et en ingénierie systémique relationnelle (CREISIR.fr) - EPMN.fr

Date : 28 mai 2025

Préface

Ce document présente une exploration arithmétique fondée sur un objet simple à formuler et riche en implications : les nombres premiers qui demeurent premiers sous l'effet répété d'une réduction digitale réalisée dans plusieurs systèmes de numération. L'étude porte sur la séquence que j'ai déposée sur OEIS et désormais référencée A384306, laquelle est définie par une double contrainte en bases 8 et 10, et examine les propriétés numériques qui en résultent.

L'objectif n'est pas d'établir un résultat définitif en théorie des nombres, mais de mettre en lumière un phénomène structurel dont l'analyse peut intéresser aussi bien les chercheurs en mathématiques que les spécialistes d'autres domaines travaillant sur les processus de transformation, de stabilité et de cohérence interne. Les conjectures formulées ici ont un statut exploratoire et leur rédaction privilégie l'intelligibilité. Si une formalisation plus technique est souhaitée, elle peut être développée sans difficulté à partir des définitions, des données et des observations présentées.

Cette note montre que certaines contraintes simples — ici, la préservation de la primalité sous réductions digitales successives — suffisent à produire une famille numérique rare, structurée et reproductible. Elle invite à poursuivre l'étude de ces mécanismes dans des bases supplémentaires, à préciser leur comportement asymptotique et, plus largement, à examiner comment des transformations élémentaires peuvent révéler des propriétés inattendues à l'intérieur des ensembles arithmétiques classiques.

Introduction

Cette recherche propose d'examiner les nombres premiers non pas seulement comme des entités arithmétiques fixes, mais comme des objets soumis à des contraintes itératives de transformation. La contrainte ici imposée — rester premier à chaque étape de réduction digitale récursive en base 8 et base 10 — agit comme un filtre logique fort, forçant le nombre à conserver une propriété fondamentale (la prime-ité) malgré une succession de simplifications internes.

Ce processus engage une dynamique de transformation sous contrainte, conduisant vers un état réduit optimal : un chiffre premier stable. L'enjeu est donc d'identifier les nombres capables de résister à cette contrainte sans rupture, ce qui en fait des objets numériques structurellement stables, intéressants pour modéliser des phénomènes où l'intégrité d'une propriété doit être préservée malgré des processus de compression, de codage ou de changement de base.

Cette démarche s'inscrit ainsi dans une logique de cohérence transformationnelle, croisant représentation, transformation, et préservation d'une propriété essentielle. Elle ouvre la voie à l'étude plus générale des nombres premiers stables sous transformations digitales en bases multiples.

1. Originalité de la séquence référencée sur OEIS A384306

La séquence A384306 se distingue par une double contrainte remarquable : un nombre premier (p) appartient à cette séquence si, en base 8 et en base 10, chaque somme récursive des chiffres de (p) reste un nombre premier jusqu'à atteindre un chiffre unique, lequel doit être lui-même un nombre premier (2, 3, 5 ou 7).

Cette propriété est **plus restrictive** que celle d'autres séquences comme :

- **A070027** : nombres premiers dont la somme des chiffres en base 10 est un nombre premier ;
- **A028834** : nombres premiers avec somme des chiffres fixée.

Exemple : 23 est un nombre premier, mais il n'appartient pas à A384306 car :

- En base 8 : 23 = (27_8) \Rightarrow 2 + 7 = 9, or 9 n'est pas premier.

2. Rareté de la séquence

L'analyse des données montre que :

- 44 termes satisfont la condition jusqu'à 12983 ;
- 1635 termes sont listés jusqu'à 20000 (selon Alois P. Heinz).

Cela signifie qu'environ 8 % des nombres premiers (\leq 20000) satisfont la condition de A384306. Cela confirme la rareté significative de cette suite.

Analyse des écarts entre termes consécutifs

Un examen des écarts entre les 44 premiers termes montre des espacements irréguliers, sans périodicité apparente. Cela suggère une distribution non dense mais récurrente, compatible avec l'hypothèse d'une infinité de termes.

3. Stabilité numérique pour la modélisation

3.1. Propriétés de résilience numérique

Les "nombres premiers constants" présentent une résistance numérique à la transformation : leur structure digitale reste première à chaque réduction.

3.2. Applications potentielles

- IA / Machine Learning : servir de générateurs de caractéristiques invariantes dans des réseaux neuronaux, ou comme graines robustes.
- Systèmes de hachage : intégration dans des schémas où l'on cherche des identifiants numériques stables face à des transformations itératives.

3.3. Données de test

La suite peut générer des **données rares mais hautement structurées**, idéales pour tester la robustesse des modèles.

4. Pertinence dans l'exploration d'autres bases

4.1. Généralisation

La propriété peut être définie en toute base (b), avec une contrainte similaire : la réduction digitale récursive de (p) en base (b) doit produire une chaîne de nombres premiers jusqu'à un chiffre final premier.

4.2. Exemples

- En base 2, la représentation est plus courte ; les réductions sont rapides.
- En base 16, la représentation est plus longue ; la condition est plus stricte.

4.3. Intérêt mathématique

- Mise en évidence de motifs invariants ou systématiques selon les bases.
- Potentiel de générer de nouvelles suites OEIS, voire de nouvelles conjectures sur la densité ou l'existence de suites vides selon certaines bases.

4.4. Applications pratiques

- Informatique : intégration dans des formats spécifiques (base 2, 16).

- **Cryptographie** : conception de clés adaptées à des systèmes multi-bases.

4.5. Limites et défis

- Coûts de calcul accrus pour tester plusieurs bases.
- Rareté encore accrue dans certaines bases (ex. base 12).

5. Conjectures associées à la suite A384306

5.1. Conjecture 1 : Infinitude

L'ensemble

A = {p premier : p est stable sous réduction digitale en bases 8 et 10}

est infini

5.2. Conjecture 2 : Densité asymptotique

> La densité de A384306 parmi les nombres premiers est nulle, mais la suite est infinie.

$$\lim_{n\to\infty} \left[|A384306 \cap [1,n]| / \pi(n) \right] = 0$$

5.3. Conjecture 3 : Divergence des chiffres finaux

> Il existe une infinité de $p \in$ A384306 tels que la réduction digitale finale en base 10 diffère de celle en base 8 :

$$R_{10}(p) \neq R_8(p)$$

5.4. Conjecture 4 : Distribution modulaire non uniforme

> Les résidus modulo 9 des $p \in$ A384306 ne sont pas répartis uniformément. Certaines classes (ex. $p \equiv 7 \bmod 9$) sont surreprésentées.

5.5. Conjecture 5 : Caractérisation fonctionnelle

> Soit $f_b(n)$ la réduction digitale récursive en base b. Alors :

$$A384306 = \{ p \in \mathbb{P} : \forall i,\ f_{10}^i(p),\ f_8^i(p) \in \mathbb{P} \text{ jusqu'à stabilisation} \}$$

Ces conjectures posent les fondements d'une théorisation possible de cette classe de nombres premiers, et peuvent orienter de futures recherches sur la stabilité arithmétique multi-base.

6. Lien avec la Théorie de l'Ajustativité Générale #TAG

La séquence A384306 constitue une mise en œuvre explicite de la TAG dans un domaine rationnel : les mathématiques. Elle applique un raisonnement ajustatif dans un espace structuré par des contraintes numériques claires (réduction digitale en base 8 et 10), et en fait un test de performance conceptuelle : identifier les nombres premiers capables de maintenir leur propriété fondamentale sous transformation itérative.

Cette approche exprime plusieurs principes centraux de la TAG :

- Ajustement sous contrainte : chaque transformation impose une réduction tout en exigeant le maintien d'une propriété (prime-ité).
- Convergence vers un état stable : le processus s'arrête uniquement lorsque l'ajustement numérique atteint un chiffre premier.
- Cohérence relationnelle entre bases : la double base agit comme un système d'épreuve croisé, révélant la robustesse numérique du nombre examiné.

Ce raisonnement produit un résultat mathématiquement pertinent, objectivable et testable : une classe de nombres premiers stables. Il démontre que la TAG n'est pas une spéculation transdisciplinaire abstraite, mais bien une méthodologie opératoire applicable à des systèmes formels, ici par la sélection, l'analyse et la validation d'un sous-ensemble arithmétique à travers un processus d'ajustement rigoureux.

Prolongements possibles

- Rédaction d'une conjecture formelle sur l'infinité ou la répartition asymptotique.
- Extension aux bases croisées multiples (binaire, octal, hexadécimal).
- Intégration dans des études sur les fonctions digitales récursives et leur stabilité.